**Упражнение 1**

Найдите решение дифференциального уравнения , удовлетворяющее начальным условиям: , . Изобразите интегральную кривую на различных промежутках и траекторию движения в фазовой плоскости. На фазовой траектории отметьте стрелкой направление движения.

**Решение.**

|  |
| --- |
| код |
| % integral curve  figure(1);  clear;  clc;  clf;  syms t;  t0 = 0; x0 = 2; d\_x0 = 3;  eq = sprintf('D2x-0.07\*Dx+0.5\*x=0');  cond1 = sprintf('x(%d)=%d', t0, x0);  cond2 = sprintf('Dx(%d)=%d',t0, d\_x0);  figure(1); hold on; grid on;  x\_x0 = dsolve(eq, cond1, cond2);  ezplot(x\_x0, [-6\*pi 6\*pi]);  xlabel('t'); ylabel('x');  title\_str = sprintf(' Integral curve of the equation D2x-0.07\*Dx+0.5\*x=0\n with initial conditions %s;%s', cond1, cond2);  title(title\_str);  hold off;    % phase trajectory  figure(2);  clf;  hold on;  grid on;  d\_x\_x0 = diff(x\_x0, t);  axis equal; xlabel('x'); ylabel('dxdt');  R = t0:0.2:6\*pi;  X = subs(x\_x0, R);  DX = subs(d\_x\_x0, R);  U = subs(diff(x\_x0), R);  V = subs(diff(d\_x\_x0), R);  h1 = quiver(X, DX, U, V,1.4,'color','red','linewidth',1.6);  title\_str2 = sprintf('Phase port D2x-0.07\*Dx+0.5\*x=0'); title(title\_str2);  h2 = plot(X, DX,'linewidth',1.7);  plot(x0, d\_x0, 'marker','\*', 'linewidth',4,'color','magenta');  text(x0-1.5, d\_x0-0.5, sprintf('(%.0f; %.0f)', x0, d\_x0), 'backgroundcolor', 'yellow');  legend([h1 h2], {'direction of motion’,' trajectory of motion'}, 'location','southeast'); |

|  |
| --- |
|  |

**Вывод:**

Мы нашли решение ДУ с заданными начальными условиями, построили интегральную кривую и фазовую траекторию.

**Упражнение 2**

В примере 1была рассмотренасвободная популяция, развивающаяся по своим внутренним законам. Пусть наша популяция, к примеру, это рыба в пруду или океане, и мы оказываем на нее воздействие – планомерно отлавливаем ее часть. Предположим, что скорость отлова постоянна. Тогда возникает дифференциальное уравнение отлова . Величина  характеризует скорость вылова и называется квотой.

1. Решите уравнения отлова аналитически. Убедитесь в том, что формулы, выражающие зависимость , зависят от размера квоты. Выделите диапазоны значений квоты, качественно отличные по форме зависимости  (это легко сделать, если искать решение «вручную», не используя dsolve).

2. Для каждого выделенного диапазона размера квоты исследуйте с помощью графического компьютерного эксперимента динамику состояния численности особей популяции. (Возьмите какое-нибудь значение квоты из рассматриваемого диапазона и постройте несколько интегральных кривых при различных начальных условиях; затем возьмите другое значение квоты из рассматриваемого диапазона и вновь постройте несколько интегральных кривых, и т.д. Как ведут себя решения с ростом ? Есть ли положения равновесия? Если да, то что можно сказать относительно их устойчивости/неустойчивости?).

**Решение.**

**Имеем:**

**Рассмотрим квадратный трёхчлен в знаменателе подынтегрального выражения.**

2)

3) .

|  |
| --- |
| код |
| function [h] = plot\_static(fun\_eq, plot\_range)  solutions = (solve(fun\_eq));  h = nan;  for i=1:1:length(solutions)  if real(solutions(i)) ~= solutions(i)  continue;  else  h = ezplot(solutions(i), plot\_range);  set(h, 'color', 'red');  end;  end  end  function [x] = sol\_curve(eq, fun, i\_begin, i\_step, i\_end, title\_str, plot\_range, axis\_range)  clf;  t0 = 0;  for i=1:15  x0 = 0.2\*i;  cond1 = sprintf('x(%d)=%d', t0, x0);  hold on; grid on;  x = dsolve(eq, cond1);  h1 = ezplot(x, plot\_range);  h2 = plot\_static(fun, plot\_range);  if ~isnan(h2)  legend([h1 h2], {'инт. кривые' 'положения равновесия'});  end  axis(axis\_range);  xlabel('t'); ylabel('x'); title(title\_str);  end  end    clear;  clc;  clf;  syms t c;  eq\_str = 'Dx = (1-x)\*x - %d';  fun\_str = '(1-x)\*x - %d';    % 1. c = 1/4  figure(1);  eq1 = sprintf(eq\_str, 1/4);  fun1 = sprintf(fun\_str, 1/4);  x = sol\_curve(eq1, fun1, -2,0.5,6,'1. Интегральные кривые dx = (1-x)\*x - 1/4', ...  [-10 10], [0 10 -3 3]);    % 2. 0 < c < 1/4;  % 2.1. c = 1/8  hold off; figure(2);  eq21 = sprintf(eq\_str, 1/8);  fun21 =sprintf(fun\_str, 1/8);  sol\_curve(eq21, fun21, -6,1,6,'2.1. Интегральные кривые dx = (1-x)\*x - 1/8', ...  [-20 20], [0 20 -0.5 3]);    % 3. c > 1/4  % 3.1. c = 1/2  hold off; figure(3);  eq31 = sprintf(eq\_str, 1/2);  fun31 = sprintf(fun\_str, 1/2);  sol\_curve(eq31,fun31,0,0.5,6,'3.1. Интегральные кривые dx = (1-x)\*x - 1/2', ...  [0 60], [0 30 0 5]);    % 3.2. c = 1  hold off; figure(4);  eq32 = sprintf(eq\_str, 1);  fun32 = sprintf(fun\_str, 1);  sol\_curve(eq32, fun32,0,0.5,6,'3.2. Интегральные кривые dx = (1-x)\*x - 1', ...  [0 60], [0 30 0 5]); |
| Исполнение программы в графическом окне |
| **Процесс имеет положения равновесия . Это положение неустойчиво.**  **Теперь рассмотрим случаи .**    **Процесс имеет два положения равновесия: устойчивое при и неустойчивое при**  **Теперь рассмотрим случаи .**    **Положений равновесия нет.**  **Положений равновесия нет**. |

**Вывод: Мы Исследовали ДУ отлова. Выделили 3 диапазона квоты.**

1. **– есть одно неустойчивое положение равновесия.**
2. **– есть два положения равновесия, большее из них является устойчивым, меньшее положение – неустойчиво.**

**– положений равновесия нет.**